Números De Fibonacci

Números De Fibonacci

Propiedades De Los Números De Fibonacci

Números De Fibonacci

Propiedades De Los Números De Fibonacci

Carlos Alirio Rico Acevedo

Números De Fibonacci

Propiedades De Los Números De Fibonacci

Carlos Alirio Rico Acevedo

21 de Febrero de 2011

Indice

Indice

1. Problema Del Saltador.

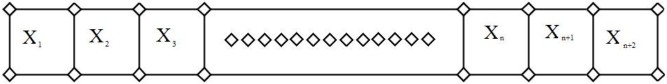
Indice

Indice

Problema Del Saltador.

Problema Del Saltador

Un saltador puede desplazarse en una sola dirección a lo largo de una franja cuadriculada saltando cada vez a la casilla inmediatamente o por encima de ella a la siguiente. ¿Cuántos modos de desplazarse en (n-1) casillas y, en particular, de la primera a la n-ésima tiene el saltador? Se considera que dos modos son idénticos si en cada uno de ellos el saltador se posa en las mismas casillas



Propiedades De los Números De Fibonacci

Propiedad

Sea F_n el n-ésimo número de Fibonacci, entonces :

1. $F_{n+m} = F_{n-1}F_m + F_nF_{m+1}$
2. *Si $m = n$ entonces*

$$F_{2n} = F_{n+1}^2 - F_{n-1}^2$$

3. $F_n^2 = F_{n-1}F_{n+1} + (-1)^{n+1}$

Propiedad

1. *La suma del producto entre número de Fibonacci consecutivos intercalados cumple*

$$\sum_{i=1}^{n} F_{2i-1}F_{2i} = F_{2n}^2$$

$$\sum_{i=1}^{n} F_{2i-1}F_{2i} + F_{2n}F_{2n+1} = F_{2n+1}^2 - 1$$

Números De Fibonacci Y El Triangulo De Pascal

Números De Fibonacci Y El Triangulo De Pascal

Números De Fibonacci Y El Triangulo De Pascal

Sea un polinomio de la forma

$$(a+b)^n$$

Y por el binomio de Newton se tiene que

$$(a+b)^n = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} a^{n-i} b^i$$

En particular sea $a = 1$ y $b = x$

$$(1+x)^n = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} x^i$$

Donde $\binom{1}{0} = \binom{1}{1} = 1$

Identidad De Pascal

Sea $n, k \in \mathbb{Z}^+$ y $k \leq n$ entonces

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$$

Si se consideran las diagonales que se puedan trazar sobre el triangulo de pascal a 45° se tiene que la diagonal (n+2)-esíma se puede expresar como la suma de las dos diagonales anteriores. Sea D_n la suma de la n-esíma diagonal definida así:

$$D_n = \binom{n-1}{0} + \binom{n-2}{1} + \binom{n-3}{2} + \dots$$

Y entonces D_{n+1} es

$$D_{n+1} = \binom{n}{0} + \binom{n-1}{1} + \binom{n-2}{2} + \dots$$

Sumando los dos anteriores términos $D_n + D_{n+1}$ y asociando

$$D_{n+1} + D_n = \binom{n}{0} + (\binom{n-1}{0} + \binom{n-1}{1}) +$$

$$(\binom{n-2}{1} + \binom{n-2}{2}) + (\binom{n-3}{2} + \binom{n-3}{2}) + \dots$$

Aplicando la identidad de Pascal

$$= \binom{n+1}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n-1}{2} + \ldots$$

Lo cual son los términos de la (n+2)-esíma diagonal del triangulo de pascal y por tanto $D_{n+2} = D_{n+1} + D_n$ la cual es de la forma de los números de Fibonacci